

# MATEMATICA C3 -ALGEBRA 1

## 7. STATISTICA



Lego People Photo by: Joe Shlabotnik

Taken from: <http://www.flickr.com/photos/joeshlabotnik/305410323/>

### Indice

▶ 1. Indagine statistica.....	362
▶ 2. Fasi di un'indagine statistica.....	363
▶ 3. Spoglio delle schede e tabulazione.....	363
▶ 4. Rappresentazione grafica.....	368
▶ 5. Indici di posizione.....	377
▶ 6. Indici di variabilità.....	381
▶ 7. Quesiti dalle prove INVALSI.....	388

## ► 1. Indagine statistica

Il termine statistica significa *scienza dello stato*. Questo termine venne usato per la prima volta nel XVI secolo per indicare lo studio dei dati utili al governo degli stati prevalentemente relativi a fenomeni di carattere demografico (nascite, morti, etc). Negli anni, la statistica si è estesa ai campi più disparati: fisica, psicologia, ricerca di mercato, indici di gradimento, sondaggi, meteorologia... E' nata essenzialmente con lo scopo di descrivere i fenomeni (statistica descrittiva), successivamente è divenuta uno strumento utile anche per fare previsioni (statistica inferenziale). In grandi linee si può definire come la scienza che si occupa della raccolta e dell'analisi dei dati relativi ad un certo gruppo di persone, animali o oggetti al fine di descrivere in maniera sintetica un fenomeno che li riguarda e fare eventualmente previsioni sul suo andamento futuro.

Ad esempio la statistica cerca di fare previsioni su domande del tipo:

- Quanta acqua sarà necessaria in Italia fra 3 anni?
- Quanta corrente elettrica sarà necessaria per il fabbisogno nazionale fra 5 anni?
- Quale sarà il tasso di disoccupazione nazionale fra 1 anno?

**DEFINIZIONE.** L'insieme di elementi oggetto dell'indagine statistica è detta popolazione o universo, mentre ciascun elemento della popolazione è detto unità statistica.

Sono esempi di **popolazione statistica** gli abitanti di una città in un certo anno, i prezzi di un determinato bene, le temperature massime registrate in una giornata in un particolare luogo, i ciclomotori circolanti in Italia, gli alunni di una scuola.

### DEFINIZIONI.

Per ogni unità statistica si possono studiare una o più caratteristiche ed ognuna di tali caratteristiche costituisce un **carattere** della popolazione oggetto di indagine. I caratteri possono essere di tipo qualitativo o quantitativo.

Si definisce **modalità** del carattere indagato i diversi modi in cui esso può presentarsi.

Sono esempi di **carattere qualitativo** il colore degli occhi, il colore dei capelli, il tipo di scuola frequentato, il gradimento di un certo programma televisivo. Le modalità di un carattere qualitativo sono espresse mediante nomi o aggettivi.

I caratteri qualitativi sono a loro volta suddivisi in **ordinabili** (il tipo di scuola frequentato è ordinabile a partire dalla scuola dell'infanzia fino alla laurea, il gradimento di un programma televisivo è ordinabile a partire dalla completa mancanza di gradimento fino al gradimento massimo) e **non ordinabili** o sconnessi (colore degli occhi, colore dei capelli).

Sono invece **caratteri quantitativi** l'età, l'altezza, il numero di auto prodotte da una fabbrica. Le modalità di un carattere quantitativo sono espresse mediante numeri.

I caratteri quantitativi possono invece essere di tipo **discreto**, quando assumono solo valori puntuali, oppure di tipo **continuo**, quando possono assumere tutti gli infiniti valori compresi in un determinato intervallo.

Sono esempi di caratteri quantitativi discreti il numero di figli in una famiglia, i pezzi prodotti in una catena di montaggio; sono esempi di caratteri continui l'altezza di una persona, il peso di una persona, la lunghezza di un fiume.

**1** In una indagine su alcune famiglie si sono rilevati i seguenti caratteri; indicane il tipo ponendo una crocetta nella casella opportuna; per i caratteri quantitativi indica se sono discreti o continui, per i caratteri qualitativi indica se sono ordinabili o sconnessi:

carattere	quantitativo		qualitativo	
	discreto	continuo	ordinabile	sconnesso
Reddito mensile del capofamiglia				
Titolo di studio del capofamiglia				
Familiari a carico				
Settore lavorativo				
Luogo di nascita del capofamiglia				
Tempo impiegato per raggiungere il luogo di lavoro				

L'indagine statistica può riguardare l'intera popolazione (in tal caso si parla di **censimento**) oppure solo una sua parte (in tal caso si parla di indagine a **campione**).

Supponiamo di voler effettuare un'indagine sulle persone che fumano in Italia.

Il fenomeno collettivo in esame è il fumo, la popolazione di riferimento è costituita dalla popolazione italiana in età adulta, l'unità statistica è rappresentata da ogni cittadino oggetto dell'indagine, i caratteri oggetto dell'indagine possono essere “fumatore / non fumatore”, “numero di sigarette fumate”, che cosa si fuma: pipa, sigaro, sigaretta. Data l'elevata numerosità della popolazione di riferimento la tipologia di indagine preferibile è quella a campione.

A sua volta, l'indagine a campione può essere effettuata su un **campione casuale**, quando si scelgono a caso i campioni all'interno della popolazione o su un **campione stratificato**, quando si suddivide la popolazione in classi o strati senza specifici criteri e per ogni strato si prende a caso un campione.

## ► 2. Fasi di un'indagine statistica

Affinché un'indagine statistica sia rigorosa è necessario che sia strutturata secondo le seguenti fasi:

### 1. Studio del problema e impostazione dell'indagine statistica

Si individua in maniera precisa lo scopo della ricerca, il fenomeno sul quale indagare, la popolazione statistica di riferimento, le singole unità statistiche ed il carattere, o caratteri, oggetto di indagine

### 2. Rilevazione dei dati statistici

La rilevazione non è altro che la raccolta dei dati statistici riguardanti ogni elemento della popolazione e relativi al fenomeno che si vuole analizzare. La rilevazione può avvenire secondo diverse modalità:

- a) **rilevazione diretta o globale**: viene eseguita direttamente su tutte le unità statistiche che formano la popolazione;
- b) **rilevazione indiretta o parziale**: eseguita solo su una parte della popolazione. Si deve scegliere in tal caso un sottoinsieme della popolazione, detto **campione** che deve essere rappresentativo della popolazione di riferimento.

### 3. Spoglio delle schede e tabulazione

Contemporaneamente o successivamente al rilevamento, i dati raccolti vengono ordinati, suddivisi in classi omogenee e riassunti tramite tabelle dette **tabelle statistiche**.

DEFINIZIONE. Dato un carattere oggetto di rilevazione, si definisce **frequenza** il numero delle unità statistiche su cui una sua modalità si presenta.

### 4. Rappresentazione dei dati statistici.

La rappresentazione può avvenire attraverso diversi tipi di grafico:

- **diagramma cartesiano**: rappresentazione nel piano cartesiano dei valori della variabile sull'asse orizzontale e della relative frequenze sull'asse verticale;
- **ideogramma**: si rappresenta un certo numero di dati con un simbolo;
- **diagramma a nastri o a bastoni**: utilizzata prevalentemente per addetti ai lavori;
- **areogramma**: grafico a forma di cerchio composto da settori circolari con aree direttamente proporzionali alle frequenze;
- **istogramma**: grafico composto da rettangoli aventi area proporzionale alla frequenza.

### 5. Elaborazione dei dati

Vengono elaborati i dati tabulati al fine di costruire opportuni indici di sintesi.

### 6. Interpretazione dei risultati

Attraverso i grafici e gli indici è possibile descrivere le caratteristiche peculiari del fenomeno analizzato. Analizziamo in dettaglio le singole fasi.

## ► 3. Spoglio delle schede e tabulazione

Dopo aver raccolto i dati per ciascuna modalità del carattere o per ciascuna classe individuata si deve determinare:

- la **frequenza assoluta**, cioè il numero di volte con cui si presenta una modalità del carattere indagato;
- la **frequenza relativa**, cioè il rapporto tra la frequenza assoluta e il numero totale dei casi presi in esame;
- la **frequenza percentuale**, cioè la frequenza relativa moltiplicata per 100.

Per poi compilare una **tabella di frequenza** che sintetizza la raccolta, come nell'esempio seguente.

Esempio

La tabella seguente fornisce la *distribuzione di frequenze assolute* degli alunni di una classe rispetto al carattere sesso.

Sesso	Numero di alunni
Femmine	15
Maschi	12
Totale	27

Per costruirla, si è operata la classificazione della popolazione degli alunni della classe rispetto ad un determinato carattere (il sesso), sono state individuate le **modalità** con cui questo si è manifestato (femmina, maschio) ed è stato effettuato il conteggio delle unità in corrispondenza di ciascuna modalità (**frequenza assoluta**).

Dalle frequenze assolute si ricavano le **frequenze relative**: 15 alunni su 27 sono femmine: la frazione è  $\frac{15}{27}$  di femmine sul totale degli alunni. Dall'operazione 15 diviso 27 otteniamo 0,56 (approssimando a due cifre decimali) che è la frequenza relativa.

La frazione può essere espressa in forma percentuale: 0,56 equivale a dire 56 su 100 ed è consuetudine scriverlo in forma percentuale 56%, esso indica la **frequenza percentuale**.

Ripetendo lo stesso procedimento per i maschi si ottiene la seguente tabella delle frequenze:

Sesso	Frequenza assoluta	Frequenza relativa	Frequenza percentuale
Femmine	15	0,56	56%
Maschi	12	0,44	44%

Si può concludere che la classe è formata per il 56% da femmine e per il restante 44% da maschi.

Esempio

Supponiamo che i voti elencati di seguito siano quelli riportati in matematica a fine trimestre nella tua classe:

5    4    6    8    8    7    7    6    5    5    6    7

Per poter effettuare una lettura più agevole si costruisce una tabella in cui vengono riportati sulla prima colonna i singoli valori rilevati in ordine crescente (modalità del carattere), nella seconda la frequenza assoluta, cioè quante volte compare quel determinato voto e nella terza quella relativa:

Voto riportato	Frequenza assoluta	Frequenza relativa	Frequenza percentuale
4	1	$\frac{1}{12} = 0,083$	8,30%
5	3	$\frac{3}{12} = 0,25$	25,00%
6	3	$\frac{3}{12} = 0,25$	25,00%
7	3	$\frac{3}{12} = 0,25$	25,00%
8	2	$\frac{2}{12} = 0,167$	16,70%
<b>Totale</b>	<b>12</b>	<b>1</b>	<b>100,00%</b>

Per determinare la frequenza percentuale è sufficiente moltiplicare per 100 la frequenza relativa.

**2** Compila una tabella relativa alla distribuzione degli studenti della tua classe in relazione a:

- colore dei capelli (nero, castano, biondi, rosso);
- anno di nascita;
- città di residenza.

**3** In una certa nazione in un dato anno si sono vendute 10540 biciclette, 7560 scooter, 2300 moto e 6532 automobili. Completa la tabella

Mezzi di trasporto venduti	Frequenza assoluta	Frequenza relativa	Frequenza percentuale
Biciclette			
Scooter			
Moto			
Automobili			
<b>Totale</b>			

### Esempio

Misurando l'altezza di un gruppo di cani di razza Pastore italiano si sono ottenute le seguenti misure in cm

57,1 60,8 60,7 56,2 59,5 62,4 56,1 61,2 54,5 64,5 57,5 58,3 55,2  
 58,7 57,2 56,1 58,9 57,7 53,2 59,2 58,9 54,5 55,3 62,1 59,0 58,3  
 61,3 60,1 56,4 60,2 61,7 57,3 58,3 59,5 62,6 59,4 58,3 59,4 59,4  
 59,3 57,6 60,0 60,7 56,7 61,1 59,8 55,3 63,9 58,0 55,2 54,9 53,8

Il carattere indagato nella popolazione cani Pastore italiano è di tipo quantitativo continuo; con questo tipo di dati è praticamente impossibile calcolare le frequenze se le altezze non si raggruppano in classi.

Vediamo come procedere: osservando i dati ottenuti si nota che il valore minore è 53,8 mentre il valore maggiore è 64,7. Possiamo allora suddividere i dati in gruppi partendo da 53,0cm fino a 65,0 centimetri. Si potrebbero allora formare classi di ampiezza 1cm.

Si ottiene la seguente tabella:

Classe cm	Frequenza assoluta	Frequenza percentuale
53,0 – 53,9	2	3,85%
54,0 – 54,9	3	5,77%
55,0 – 55,9	4	7,69%
56,0 – 56,9	5	9,61%
57,0 – 57,9	6	11,54%
58,0 – 58,9	8	15,38%
59,0 – 59,9	9	17,31%
60,0 – 60,9	6	11,54%
61,0 – 61,9	4	7,69%
62,0 – 62,9	3	5,77%
63,0 – 63,9	1	1,92%
64,0 – 64,9	1	1,92%
<b>totale</b>	<b>52</b>	

**4** Da un'indagine sulla distribuzione delle altezze in un gruppo di studenti sono stati rilevati i seguenti dati grezzi (espressi in cm):

175 168 169 173 160 165 170 172 177 172 170 173 182  
 164 174 185 188 164 175 160 177 176 184 180 176 168  
 174 175 177 183 174 166 181 173 166 172 174 165 180  
 190 175 176 188 171 172 181 185 184 183 175 173 181

Raggruppa i dati in classi di ampiezza 5cm e costruisci la distribuzione di frequenza.

Calcola poi frequenza relativa e percentuale.

**5** Dall'analisi delle paghe settimanali dei dipendenti di un'industria automobilistica si è ottenuta la seguente distribuzione di frequenza, suddivisa in classi (*la parentesi indica che l'estremo della classe considerato è incluso nella classe stessa, la parentesi tonda indica che l'estremo della classe considerato è escluso dalla classe*). Determina per ogni classe di reddito frequenza relativa e percentuale.

Classi di reddito (in Euro)	Frequenza assoluta	Frequenza relativa	Frequenza percentuale
[50-100)	50		
[100-200)	70		
[200-300)	30		
≥ 300	50		

**6** Data la seguente distribuzione dei risultati dei test d'ingresso di matematica in una scuola media, Sapendo che l'indagine è stata svolta su 200 alunni, determina frequenze assolute e relative.

Voto	3	4	5	6	7	8	9
Frequenza percentuale	5%	10%	25%	40%	15%	3%	2%
Frequenza assoluta							
Frequenza relativa							

**7** Osserva la seguente tabella:

.....	.....	Frequenza relativa	Frequenza percentuale
Infanzia	950.000		
Primaria	2.538.000		
Secondaria di 1° grado	1.700.000		
Secondaria di 2° grado	2.425.000		
totale			

Quale fenomeno descrive la tabella?

Qual è la popolazione statistica oggetto dell'indagine?

Quante sono le unità statistiche?

Qual è stato il carattere indagato?

Completa la tabella calcolando frequenza relativa e frequenza percentuale.

**8** In un campione di ginnaste di livello agonistico si è rilevata l'altezza in metri.

Basta questa frase per indicare la popolazione oggetto di indagine e il carattere rilevato?

Il carattere analizzato è di tipo qualitativo o quantitativo?

L'indagine ha dato i seguenti risultati:

Altezza	1,49	1,50	1,55	1,58	1,61	1,64	1,67	1,70	1,71
Numero ginnaste	1	6	11	4	6	4	2	2	3

Quante sono le unità statistiche?

Determina in percentuale il numero delle ginnaste la cui altezza è non inferiore a 1,60m.

**9** La tabella mostra dati relativi ad una popolazione di 20 famiglie italiane; le informazioni in essa contenute stabiliscono alcuni aspetti o caratteri dei membri della popolazione: numero di componenti, reddito annuo, titolo di studio del capofamiglia, residenza per area geografica. Osserva la tabella e rispondi alle domande che seguono.

Famiglia	Numero di componenti	Reddito annuo in migliaia di euro	titolo di studio	residenza
1	2	28	Elementare	Nord
2	1	35	Media inferiore	Centro
3	3	50	Media inferiore	Nord
4	1	45	Media superiore	Nord
5	1	40	Laurea	Sud
6	2	30	Media inferiore	Sud
7	3	55	Media inferiore	Centro
8	4	80	Media superiore	Centro
9	5	60	Laurea	Sud
10	6	85	Laurea	Nord
11	7	90	Laurea	Nord
12	1	52	Media superiore	Centro
13	2	62	Media superiore	Sud
14	3	75	Media superiore	Sud
15	5	60	Elementare	Nord
16	4	45	Media inferiore	Nord
17	3	42	Media inferiore	Centro
18	2	28	Elementare	Nord
19	8	70	Media superiore	Sud
20	2	38	Laurea	Sud

1. Cosa si intende, in statistica, per popolazione?
2. Quali sono le unità statistiche di cui sono trascritti i dati nella tabella precedente?
3. Quali caratteri riportati nella tabella sono qualitativi e quali quantitativi?
4. Quali sono le modalità dei caratteri qualitativi indagati?
5. Bastano le informazioni della precedente tabella per stabilire:
  - 5a. dove risiede la maggior parte delle famiglie oggetto di questa indagine? Se sì, come lo stabilite?
  - 5b. il numero di famiglie il cui capo-famiglia ha come titolo di studio quello di Scuola Media Superiore? Se sì, come lo stabilite?

Costruire la tabella

Titolo di studio	elementare	Media inferiore	Media superiore	Laurea
Numero di famiglie				

E' vero che  $\frac{1}{4}$  dei capifamiglia, cioè il 25%, è laureato?

Costruire un'altra tabella, sul modello della precedente, in cui è riportato il numero di famiglie aventi 1, 2, 3 ecc. E' vero che  $\frac{1}{3}$  delle famiglie è costituito da più di 5 persone?

Individua il reddito minimo e quello massimo, completa la tabella delle frequenze in modo che il carattere reddito sia suddiviso in classi di ampiezza 5, come indicato a fianco.

Quante famiglie hanno un reddito compreso tra 46 e 90 mila euro? Indica la risposta anche in percentuale.

Classi di reddito	Frequenza assoluta
26-30	
31-35	

Riassumendo



#### ► 4. Rappresentazione grafica

La **rappresentazione grafica dei dati statistici** facilita notevolmente lo studio delle caratteristiche del fenomeno statistico che si sta esaminando; infatti dopo aver impostato l'indagine, raccolto, classificato ed elaborato i dati nelle tabelle, i dati non sempre si presentano in una forma di facile lettura ed il loro significato e la loro interpretazione rimane poco chiara. Attraverso la rappresentazione grafica, i risultati dell'indagine emergono immediatamente, in maniera diretta e sintetica.

La rappresentazione grafica può avvenire utilizzando diversi tipi di grafico a seconda delle caratteristiche da analizzare.

##### **Diagramma cartesiano**

La rappresentazione grafica attraverso diagramma cartesiano dà, in modo immediato, informazioni sull'andamento globale del fenomeno e viene utilizzato prevalentemente per la rappresentazione di serie storiche (per esempio, per rappresentare il numero di auto prodotte per anno da una fabbrica) oppure quando si hanno due caratteri quantitativi e si vuol analizzare il tipo di legame esistente fra di essi.

##### Esempio

Consideriamo la tabella statistica relativa alla domanda “quante ore al giorno passi al computer?”, posta ad un campione di 50 ragazzi dai 16 ai 24 anni. Rappresentiamo la tabella attraverso un diagramma cartesiano costruito tracciando due rette perpendicolari, gli assi, quello verticale orientato verso l'alto e quello orizzontale orientato verso destra. Riportiamo sull'asse orizzontale il numero di ore e sull'asse verticale il numero di ragazzi e determiniamo i punti aventi come coordinate (numero ore; numero ragazzi).

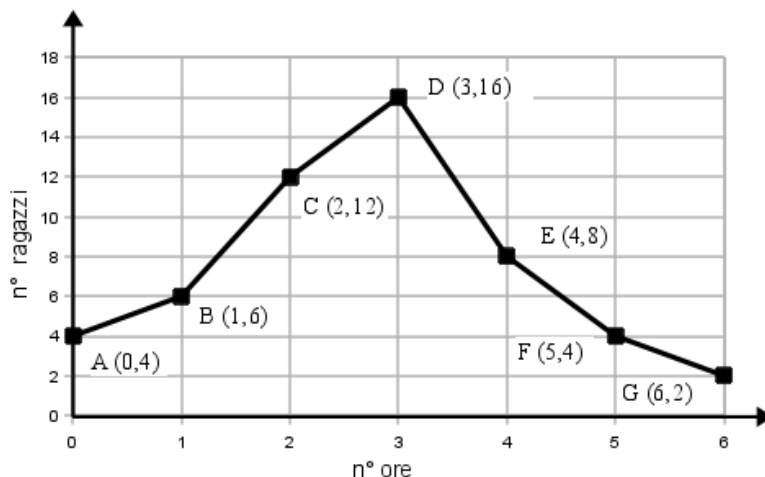
Il punto A avrà come coordinate n° ore 0 e n° ragazzi 4, il punto B avrà come coordinate 1 e 6 e così via.

Uniamo poi i punti con segmenti e otteniamo il diagramma cartesiano.

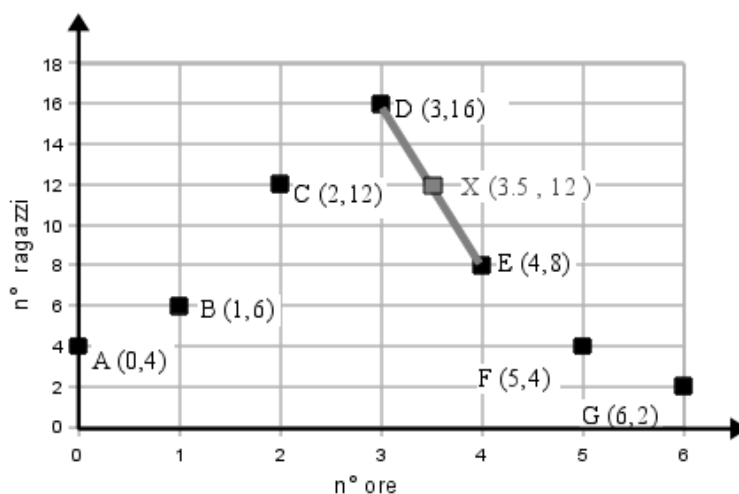
Precisamente A(0;4), B(1;6), C(2;12), D(3;16), E(4;8), F(5;4), G(6;2).

Numero di ore	Numero di ragazzi
0	4
1	6
2	12
3	16
4	8
5	4
6	2





Dal grafico si può notare immediatamente che la maggior parte dei ragazzi trascorrono dalle 2 alle 3 ore al computer dato che il picco più alto si ha proprio nei punti C e D.



Si può notare che, ad esempio, il punto X di coordinate (3.5; 12), appartenente al segmento di congiunzione tra i punti D ed E, non ha significato reale, dato che le sue coordinate non sono riportate nella tabella statistica del fenomeno da studiare.

**10** Rappresenta con un diagramma cartesiano la seguente serie storica relativa alla produzione di olio di oliva in Puglia, scegliendo una opportuna unità di misura (Fonte Wikipedia):

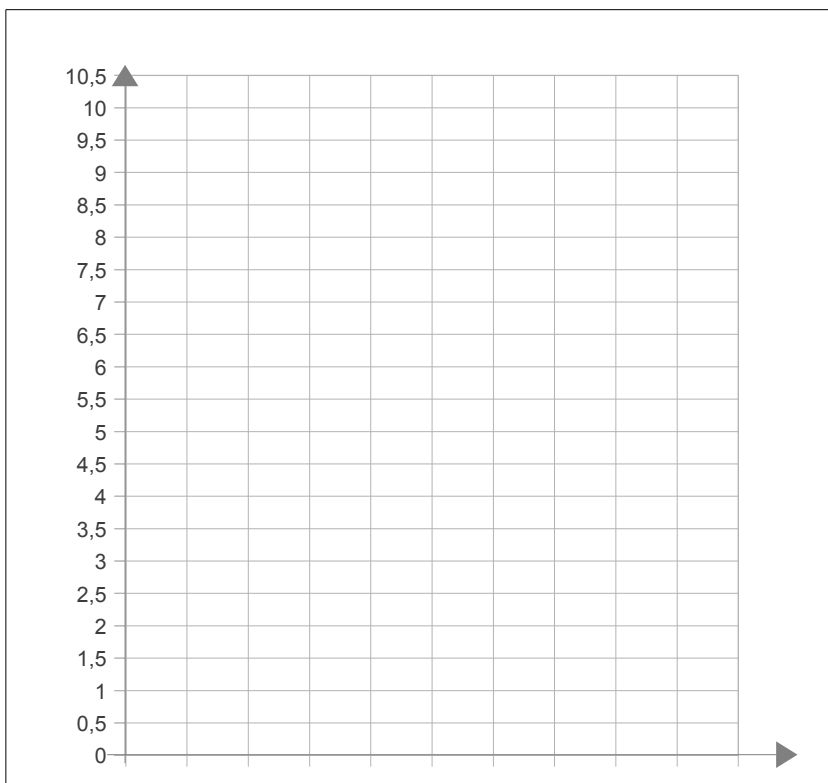
Anno	2006	2005	2004	2003
<b>Produzione olio (in quintali)</b>	1.914.535	2.458.396	2.678.201	2.508.084

**11** Rappresenta con un diagramma cartesiano la seguente serie storica, relativa al numero di società quotate in borsa, dal 1975 al 1984 (Fonte ISTAT):

Anno	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
<b>Società</b>	154	156	156	148	145	141	141	148	150	155

**12** Rappresenta graficamente mediante diagramma cartesiano la seguente tabella che riporta le temperature misurate a Lecce durante una giornata invernale.

Ore	Temperatura in °C
0	5
2	5,5
4	5,5
6	6
8	7,5
10	10
12	16
14	18
16	16,5
18	12
20	8
22	6,5



### Ideogramma

Nella rappresentazione grafica attraverso **ideogramma** si rappresenta un certo numero di dati con un simbolo che si assume come **unità grafica**; il simbolo richiama l'oggetto dell'indagine e dà quindi una visione immediata del fenomeno.

Ad esempio si può considerare un uomo stilizzato per rappresentare un dato riguardante il numero di persone che vivono in un determinato territorio, una macchina per la produzione annua di automobili in una fabbrica, e così via.

Tale tipo di rappresentazione è spesso usata in campo pubblicitario perché di largo impatto visivo.

### Esempio

Un istituto scolastico ha visto aumentare i suoi iscritti, dall'anno scolastico 2003-2004 all'anno 2008-2009 secondo questa tabella:

Anno scolastico	2003-2004	2004-2005	2005-2006	2006-2007	2007-2008	2008-2009
<b>Iscritti</b>	150	200	200	325	375	450

Possiamo rappresentare mediante ideogramma i dati contenuti nella tabella statistica.

Consideriamo una faccina stilizzata come unità grafica assegnandole il valore di 50 ragazzi iscritti.

$$\text{☺} = 50 \text{ iscritti}$$

Il numero degli iscritti di ogni anno scolastico sarà rappresentato da tante unità grafiche quanti sono i gruppi di 50 iscritti.

Per avere il grafico relativo all'anno 2003-2004 si devono usare tre faccine, in quanto  $150 : 50 = 3$ .

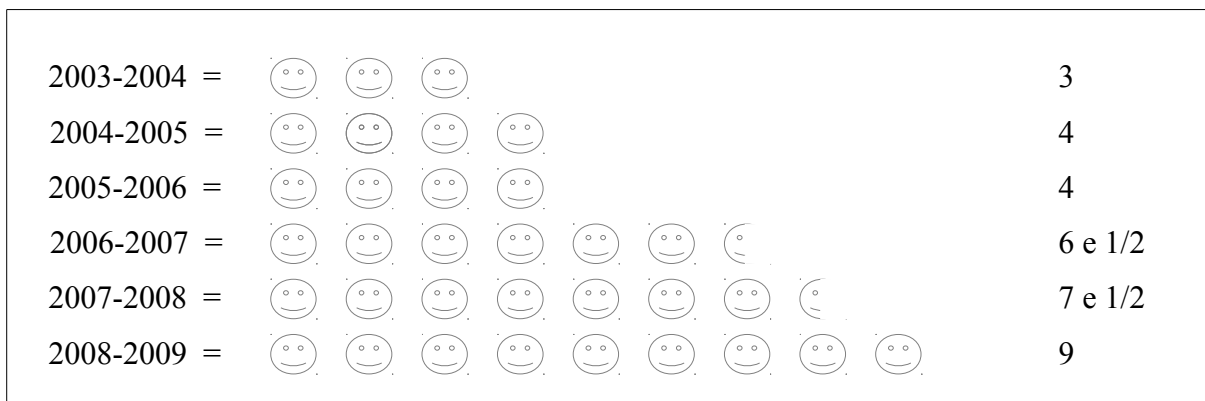
$$\text{a.s. 2003-2004} = \text{☺ ☺ ☺}$$

Se la divisione del numero degli iscritti per 50 dà resto, esso si dovrà rappresentare disegnando solo una parte dell'unità grafica, corrispondente alla frazione tra resto e 50. Ad esempio nell'a.s. 2006-2007 ci sono stati 325 iscritti;  $325 : 50 = 6$  col resto di 25, quindi 325 sarà

uguale a 6 unità grafiche e  $\frac{25}{50} = \frac{1}{2}$  unità grafica, cioè mezza faccina.

$$2006-2007 = \text{☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺}$$

Il grafico completo sarà:



**13** Rappresenta attraverso un ideogramma la seguente tabella statistica, che indica le ore di studio giornaliere di uno studente, usando 2 ore come unità di misura, scegli un simbolo opportuno.

Giorno	Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
Ore di studio	2	6	5	2	3	4	0

**14** Costruisci un ideogramma a partire dai dati della seguente tabella:

Regione	Produzione vino (in quintali)
Toscana	20500
Veneto	18000
Campania	14500
Puglia	15500
Molise	8000

### Diagramma a barre o a colonne

Questo tipo di rappresentazione, detta anche diagramma a nastri o a bastoni, viene usata quando si vuole fornire un'idea delle frequenze delle diverse modalità di un fenomeno, in genere si usa per caratteri qualitativi o quantitativi discreti. Per poter valutare il significato statistico della lunghezza dei nastri o delle colonne è necessario scegliere opportunamente una scala di riferimento: la larghezza del nastro è arbitraria ma uguale per tutti i nastri, la lunghezza è proporzionale alla caratteristica che si deve rappresentare. I nastri e le colonne possono inoltre essere suddivisi in parti di colori diversi per indicare le singole componenti o i singoli fenomeni che si vogliono analizzare.

La differenza fra la rappresentazione a barre e quella a colonne, detta anche istogramma, consiste soltanto nell'orientamento del grafico: nel diagramma a nastri si indicano le modalità del carattere sull'asse verticale e le frequenze sull'asse orizzontale, mentre in quello a colonne le modalità del carattere sono riportate sull'asse orizzontale e le frequenze su quello verticale.

Di seguito vengono riportate le due tipologie di grafico accompagnate dalla tabella di riferimento:

Materia preferita	Maschi	Femmine
Italiano	5	3
Storia	4	7
Geografia	4	2
Matematica	2	3
Scienze	6	4
Educazione Fisica	5	5
Totale	26	24

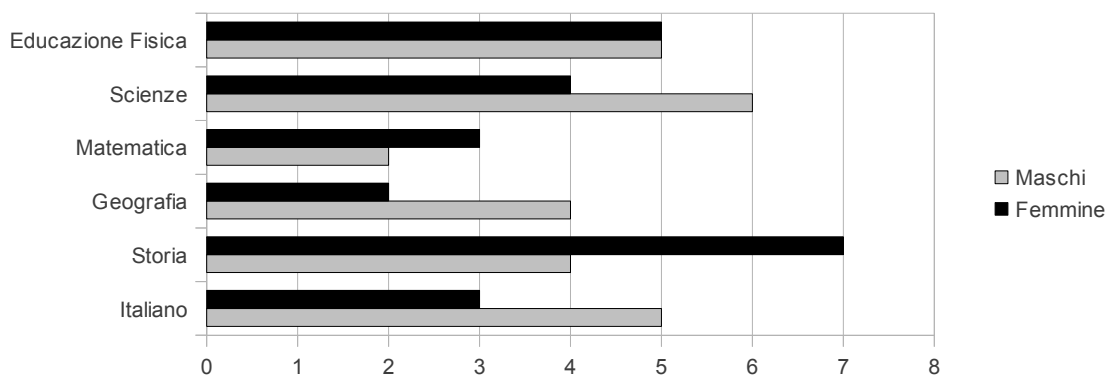


Diagramma a barre

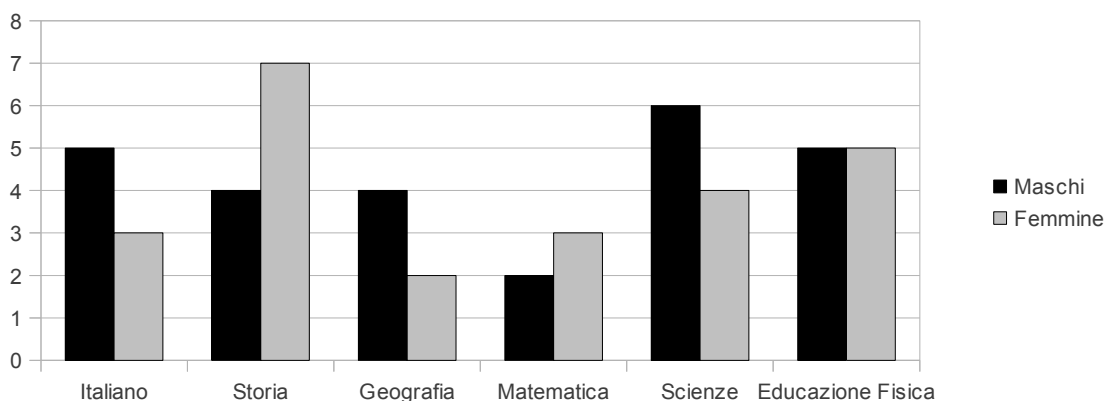


Diagramma a colonne

**15** La seguente tabella rappresenta i risultati di un'indagine sulla capitale europea preferita da un gruppo di studenti universitari. Rappresenta i dati utilizzando un diagramma a nastro.

Capitale preferita	Frequenza
Parigi	25
Roma	42
Londra	30
Vienna	10
Amsterdam	28

**16** Rappresenta con un diagramma a colonne i dati riportati nella seguente tabella relativi alla vendita di automobili da un concessionario nell'anno 2009.

Marca automobile	Auto vendute
Renault	50
Fiat	270
Ford	120
Toyota	40
Alfa Romeo	30

### Areogramma

Questo tipo di rappresentazione viene utilizzato quando si vuole evidenziare le parti che compongono un fenomeno, per esempio per indicare come si dividono gli alunni di una classe in maschi e femmine, o per rappresentare in che modo le varie voci di spesa incidono sul bilancio familiare.

Il grafico si ottiene dividendo un cerchio in settori circolari con aree direttamente proporzionali alle frequenze che rappresentano. Per disegnare l'areogramma, si disegna una circonferenza di diametro arbitrario e si fa corrispondere l'angolo al centro di  $360^\circ$ , con il 100% di frequenza percentuale; per ottenere gli angoli corrispondenti a frequenze percentuali minori, si risolve la proporzione  $360^\circ : X^\circ = 100 : X$ . Si suddivide così la circonferenza negli angoli ottenuti, mediante un goniometro e si colorano o retinano diversamente i settori circolari ottenuti.

#### Esempio

Consideriamo la seguente tabella statistica che indica gli studenti, divisi per classe, frequentata di un dato istituto scolastico, in un dato anno. Nella tabella sono indicate le frequenze assolute; calcoliamo ora le frequenze percentuali degli studenti.

Per la 1° classe si ha:  $\frac{320}{1010} = 0,32$  arrotondato alla seconda cifra decimale, che equivale al 32% e così via per le classi successive.

Classe	Studenti
1°	320
2°	230
3°	212
4°	152
5°	96
<b>Totale</b>	<b>1010</b>

Classe	Frequenze percentuali
1°	32,00%
2°	23,00%
3°	21,00%
4°	15,00%
5°	9,00%
Totale	100%

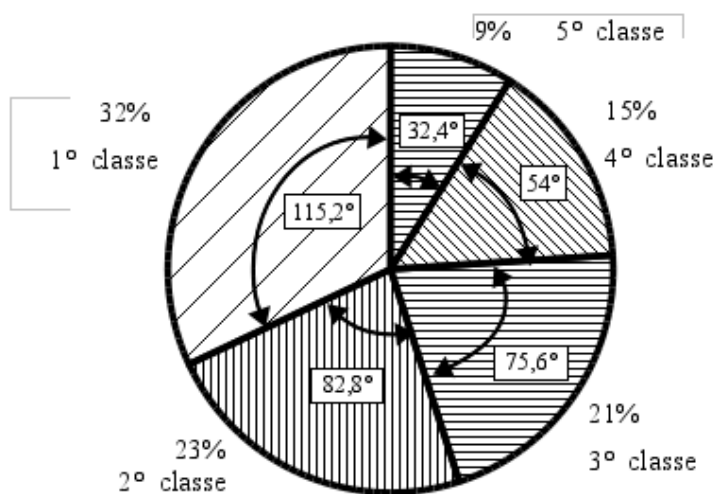
Rappresentiamo graficamente mediante areogramma i dati contenuti nella tabella precedente.

Per ottenere l'angolo relativo alla frequenza percentuale della 1° classe si fa:

$$360^\circ \times \frac{32}{100} = 115,2^\circ$$

per la 2° classe:  $360^\circ \times \frac{23}{100} = 82,2^\circ$

e così via per le altre classi.



Dal grafico si può notare immediatamente che l'area più grande è quella degli studenti della 1° classe, quindi la classe frequentata di più è la prima.

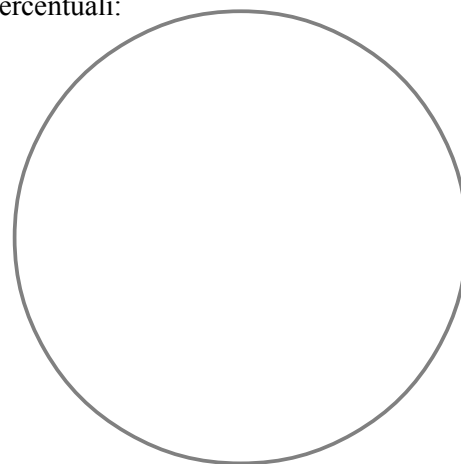
**17** Consideriamo la seguente tabella statistica che indica le frequenze percentuali di forza lavoro per settore economico rilevata nel 2006 in Italia:

Forza lavoro per settore economico	Frequenza percentuale
Forza lavoro occupata nell'agricoltura	4,20%
Forza lavoro occupata nell'industria	30,70%
Forza lavoro occupata nei servizi	65,10%
Tasso di disoccupazione	8,00%

Rappresentare graficamente mediante **areogramma** i dati contenuti nella tabella.

**18** Rappresentare attraverso un areogramma la seguente tabella statistica, che indica le altezze di 100 studenti maschi di una data scuola dopo aver calcolato le frequenze percentuali:

Altezze (in m)	Numero di studenti	Frequenze percentuali
1,50 - 1,55	11	
1,60 - 1,65	18	
1,70 - 1,75	42	
1,80 - 1,85	22	
1,90 - 1,95	6	
<b>Totale</b>	<b>100</b>	



### Istogramma

Si utilizza la rappresentazione grafica attraverso istogramma quando il carattere analizzato è di tipo quantitativo ed i dati sono raggruppati in classi.

Prima di tutto si distribuiscono i dati in classi o gruppi e si determina il numero di individui appartenenti a ciascuna classe, questo numero è detto frequenza della classe. Riportando tali dati in una tabella si ottiene la distribuzione delle frequenze. Poiché le classi potrebbero avere ampiezze diverse si calcola la **densità di frequenza**, definita come **rapporto fra la frequenza della classe e la relativa ampiezza**.

Per disegnare un istogramma si tracciano due assi; sull'asse verticale, orientato verso l'alto, si fissa un segmento unitario e si riportano le frequenze. L'asse orizzontale, orientato verso destra, è invece suddiviso in tanti segmenti la cui ampiezza è pari a quella delle singole classi. Il grafico consiste in un insieme di rettangoli aventi per base ogni classe e altezza la densità di frequenza corrispondente. In tal modo l'area di ogni rettangolo rappresenta la frequenza corrispondente a ciascuna classe.

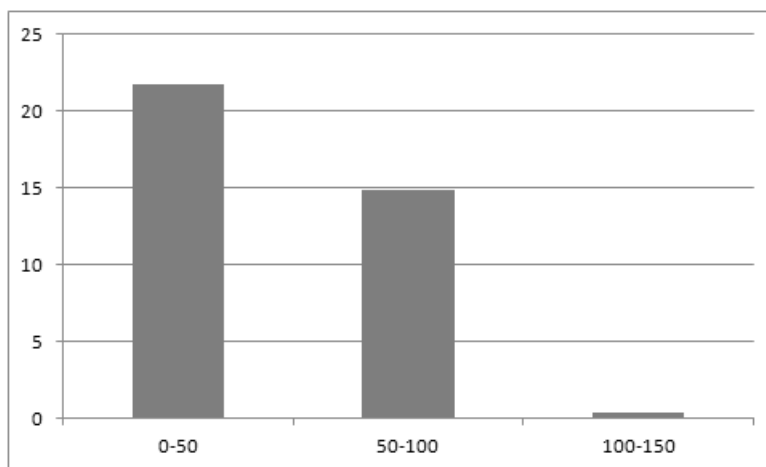
### Esempio

Costruiamo un istogramma a partire dalla distribuzione di frequenza riportata nella seguente tabella:

Diametro crateri lunari (km)	Numero di crateri
0-50	1088
50-100	745
100-150	20

Innanzitutto dobbiamo determinare per ogni classe la densità di frequenza che si ottiene dividendo la frequenza assoluta per l'ampiezza della classe:

Diametro crateri lunari (km)	Densità
0-50	$1088/50=21,76$
50-100	$745/50=14,9$
100-150	$20/50=0,4$



Esempio

Consideriamo la seguente tabella statistica che riporta i giorni di pioggia di ogni mese, in un dato anno e in una data città.

		Mesi	Giorni di pioggia
Inverno	{	Gennaio	15
		Febbraio	10
		Marzo	14
Primavera	{	Aprile	8
		Maggio	5
		Giugno	2
Estate	{	Luglio	1
		Agosto	3
		Settembre	3
Autunno	{	Ottobre	5
		Novembre	9
		Dicembre	11

Dividiamo i mesi dell'anno in classi, e precisamente raggruppandoli in stagioni. Luglio, Agosto e Settembre appartengono alla classe dell'estate e la frequenza di questa classe è data dalla somma delle frequenze di ogni mese. Cioè  $1 + 3 + 3 = 7$ .

Si prosegue in questo modo per ogni classe ottenendo così la distribuzione delle frequenze che riportiamo nella tabella a fianco.

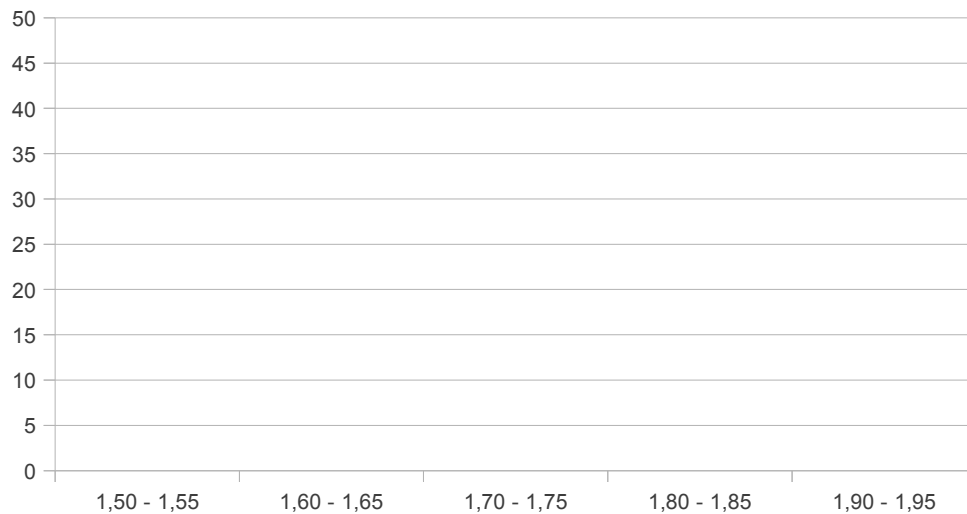
Stagioni	Giorni di pioggia
Estate	7
Autunno	25
Inverno	39
Primavera	15

Costruire ora l'istogramma corrispondente alla tabella precedente riportando sull'asse orizzontale le classi (stagioni) e su quello verticale le frequenze:



**19** Rappresentare attraverso un istogramma la seguente tabella statistica, che indica le altezze di 100 studenti maschi di una data scuola:

Altezze (in m)	Numero di studenti
1,50 - 1,55	11
1,60 - 1,65	18
1,70 - 1,75	43
1,80 - 1,85	22
1,90 - 1,95	6



**20** Uno studente universitario di Matematica ha superato 28 esami con queste valutazioni:

18    25    26    23    30    21    24    20    29    28    24    21    23    28  
 28    24    22    25    24    27    24    21    23    28    18    25    26    23

Organizza i dati in una tabella suddividendoli in classi e rappresentali tramite un istogramma.



## ► 5. Indici di posizione

Gli indici di posizione vengono utilizzati per sintetizzare i dati di una distribuzione di frequenza per mezzo di un solo numero. A seconda del tipo di carattere oggetto dell'indagine statistica possono essere utilizzati valori medi diversi.

### Moda

**DEFINIZIONE.** La **moda** è la modalità del carattere indagato che si presenta più frequentemente.

In una successione di  $n$  modalità  $x_1, x_2, \dots, x_n$  con le relative frequenze  $f_1, f_2, \dots, f_n$ , la moda è la modalità che ha la frequenza maggiore.

Questo valore può essere calcolato per qualunque tipo di carattere, sia qualitativo che quantitativo.

Se il carattere è quantitativo continuo con dati raggruppati in classi non è possibile determinare con esattezza la moda, ci si limita ad individuare la classe modale definita come la classe cui è associata la massima densità di frequenza.

Classe	Studenti
1°	320
2°	230
3°	212
4°	152
5°	96
<b>Totale</b>	<b>1010</b>

### Esempi

- Nella tabella a fianco sono riportati i numeri degli studenti, divisi per classe, della sezione A di un dato Istituto, in un dato anno. Si può osservare che la 1° classe presenta la frequenza massima di 320 studenti, quindi la moda è la classe prima.
- La tabella a lato raccoglie i dati relativi alla domanda “quante ore la settimana pratici sport?”, posta ad un campione di 50 ragazzi dai 18 ai 25 anni. Si può osservare che 12 e 18 ore presentano la frequenza massima 14, quindi si hanno due mode 12 ore e 18 ore. La distribuzione è bimodale.

Numero di ore	Numero di ragazzi
0	4
4	1
8	3
12	14
16	8
18	14
22	6
<b>Totale</b>	<b>50</b>

- La tabella a lato è relativa alla distribuzione delle altezze di un gruppo di studenti:

Poiché le classi hanno ampiezza diversa è necessario calcolare la densità di frequenza.

La massima densità di frequenza si ha in corrispondenza della classe 170-175, essa rappresenta quindi la classe modale.

Altezza	Densità di frequenza
160-165	1
165-170	1,6
170-175	3
175-185	1
185-200	0,13

Altezza	Numero di studenti
160-165	5
165-170	8
170-175	15
175-185	10
185-200	2
<b>Totale</b>	<b>40</b>

**21** Un concessionario di moto vende delle moto di diversa cilindrata come descritto nella tabella:

Determinare la moda.

Modello moto    Numero moto vendute

250	34
350	30
500	45
750	100
1000	42

**22** Calcolare la moda della distribuzione rappresentata attraverso la seguente tabella statistica

<b>Dati</b>	3	6	8	9	12	24
<b>Frequenze</b>	23	78	67	78	89	100

Calcolare la classe modale della seguente distribuzione:

<b>Abitanti</b>	<b>Numero comuni</b>
0-1000	750
1000-2000	1100
2000-5000	950
5000-10000	2500
10000-20000	3000

### Media aritmetica

**DEFINIZIONE.** La **media aritmetica** semplice o media aritmetica, è il valore ottenuto sommando tutti i dati e dividendo tale somma per il numero dei dati.

Se abbiamo a  $n$  dati  $x_1, x_2, \dots, x_n$  la media aritmetica semplice  $M$  è:

$$M = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

#### Esempio

Riprendiamo in esame la tabella relativa agli studenti, divisi per classe frequentata di un dato istituto scolastico, in un dato anno. Calcoliamo la media aritmetica semplice.

<b>classe</b>	1a	2a	3a	4a	5a	totale
<b>studenti</b>	320	230	212	152	96	1010

Per calcolare la media aritmetica semplice degli studenti, sommiamo tutti gli studenti delle cinque classi e dividiamo tale somma per il numero delle classi:  $M = \frac{320 + 230 + 212 + 152 + 96}{5} = \frac{1010}{5} = 202$

Possiamo dire che *in media* si hanno 202 studenti per ogni classe.

**DEFINIZIONE.** Si definisce **scarto dalla media** (aritmetica) la differenza tra i valori osservati e la media. Se  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sono i valori osservati,  $M$  la media aritmetica, gli scarti sono  $s_1 = x_1 - M, s_2 = x_2 - M, \dots, s_n = x_n - M$ .

**Esempio**

Calcoliamo gli scarti dalla media per la distribuzione “studenti per tipologia di classe frequentata”, la cui media è  $1010/5 = 202$ :

Classe	Studenti	Scarto media=202
1°	320	118
2°	230	28
3°	212	10
4°	152	-50
5°	96	106
<b>Totale</b>	1010	0

Si può osservare che vi sono valori superiori alla media e altri inferiori, tanto che lo scarto è rappresentato in alcuni casi da un numero positivo, in altri da un numero negativo. Si può verificare che la somma degli scarti è nulla, cioè gli scarti positivi compensano sempre quelli negativi.

**DEFINIZIONE.** La **media aritmetica ponderata** è il valore ottenuto moltiplicando ciascun dato con la propria frequenza, sommando tutti i prodotti fra loro e dividendo tale somma per il numero totale dei dati.

Essa si usa nel caso in cui i dati sono molti ed è già stata fatta la tabella delle frequenze. In questo caso, avendo  $n$  dati  $x_1, x_2, \dots, x_n$  con le relative frequenze  $f_1, f_2, \dots, f_n$ , la media aritmetica ponderata  $M$  è:

$$M = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n}{n} = \frac{1}{n} \sum x_i \cdot f_i$$

**Esempio**

Riprendiamo la tabella dell'esempio precedente relativa alla domanda “quante ore al giorno passi al computer?”, posta ad un campione di 50 ragazzi dai 16 ai 24 anni. Calcoliamo la media aritmetica ponderata.

Numero di ore	0	1	2	3	4	5	6	totale
Numero di ragazzi	4	6	12	16	8	4	2	50

Calcoliamo la media aritmetica ponderata  $M = \frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 16 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 2}{50} = \frac{142}{50} = 2,84$

Possiamo dire che 'in media' ciascun ragazzo passa circa 3 ore al giorno al computer.

- 23** Trovare la media aritmetica semplice delle seguenti serie di osservazioni:  
 3, 4, 6, 7, 10 [R.6]      6,7,8,12,15,22 [R.11,7]      34,53,45,67,87,90,100,123 [R.75]

- 24** In una classe di 15 ragazzi sono stati rilevati i seguenti pesi in kg:  
 50, 43, 62, 41, 70, 55, 76, 43, 46, 50, 78, 62, 49, 55, 48.

Calcola la media aritmetica semplice del peso dei ragazzi. Costruisci la tabella delle frequenze. Calcola la media aritmetica ponderata del peso dei ragazzi. Che cosa osservi?

- 25** In un insieme di numeri compaiono quattro volte il 3, cinque volte il 5, tre volte il 6, due volte il 10, due volte il 15. Calcolare la media aritmetica. [R.21]

- 26** Calcola la media della seguente distribuzione di frequenza [R.7,1]

Classe	2	4	6	7	12	14
Frequenza assoluta	2	4	5	4	3	2

- 27** Una rivista di auto fornisce i seguenti punteggi per tre diversi modelli di automobili.

	Funzionalità	volumetria	prestazioni	sicurezza	economia
<b>Modello 1</b>	2,5	4	3,2	3,5	2,5
<b>Modello 2</b>	2,5	3	4	3,5	2
<b>Modello 3</b>	2,7	3	3,5	3,8	2,5

Quale tipo di auto viene considerato mediamente migliore se si dà lo stesso peso alle singole caratteristiche?

**28** Un insegnante di fisica, per mostrare che le misure di uno stesso oggetto sono soggette ad errori che dipendono dall'osservatore, ha fatto misurare la lunghezza di una cattedra con un metro a ciascun alunno della propria classe. I risultati sono stati i seguenti:

<b>Lunghezza</b>	100,8	100,9	101,2	101,5	102
<b>Frequenza</b>	2	8	5	4	1

Qual è la lunghezza media della cattedra?

### Mediana

**DEFINIZIONE.** La **mediana** di una successione di dati disposti in ordine crescente è il dato che occupa la posizione centrale se il numero dei dati è dispari; se il numero dei dati è pari è la media aritmetica dei dati della coppia centrale.

Poiché per calcolare la mediana i dati devono essere ordinati è bene sottolineare che tale valore medio non può essere calcolato se il carattere in esame è di tipo qualitativo non ordinabile.

#### Esempio

Supponiamo di avere 7 dati disposti in ordine crescente: 5, 8, 10, 14, 18, 20, 25

Allora la mediana è il valore centrale, quello che occupa la quarta posizione, il 14.

Supponiamo di avere 8 dati disposti in ordine crescente: 1, 5, 8, 10, 14, 18, 20, 25.

La mediana è la media aritmetica dei dati che occupano la 4° e 5° posizione, cioè  $\frac{10+14}{2} = 12$ .

Supponiamo di avere invece la distribuzione di frequenza riportata nella tabella a fianco.

Il numero di osservazioni è pari, quindi la mediana è il valore della variabile che corrisponde alla media dei due valori centrali, rispettivamente quelli che nella serie ordinata occupano il 13° e il 14° posto.

E' necessario in questo caso determinare le **frequenze cumulate**, esse si ottengono sommando le frequenze che hanno un valore della variabile minore o uguale alla modalità corrispondente.

La frequenza cumulata relativa al voto 3 rimane 2, quella relativa al voto 4 si ottiene sommando la frequenza del 3 e la frequenza del 4, cioè  $2+2=4$ , la frequenza cumulata relativa al voto 5 si ottiene dalla somma della frequenza del 3, del 4 e del 5, e così via. Il 14° posto corrisponde al voto 6, mentre il 15° posto è il voto 7. La mediana è 6,5.

Voto	Frequenza	Frequenza cumulata
3	2	2
4	4	4+2=6
5	3	2+4+3=9
6	5	2+4+3+5=14
7	7	2+4+3+5+7=21
8	2	23
9	2	25
10	1	26
Totale	26	

**29** Trovare la mediana delle seguenti serie di osservazioni:

3, 4, 6, 7, 10

[R.6]

6, 7, 8, 12, 15, 22

[R.10]

34, 53, 45, 67, 87, 91, 100, 123, 129, 135

[R.89]

**30** In una classe di 15 ragazzi sono stati rilevati i seguenti pesi in kg:

50, 43, 62, 41, 70, 55, 76, 43, 46, 50, 78, 62, 49, 55, 48.

Calcola la mediana del peso dei ragazzi.

[R.43]

**31** Dati i seguenti tempi di risposta ad un test sostenuto da un gruppo di 8 studenti ad un concorso in un ente pubblico 19, 25, 20, 15, 8, 5, 12, 15. Calcola la mediana.

[R.15]

**32** Calcola la classe mediana sulla base dei dati riportati nella tabella seguente relativa agli occupati nel settore agricolo suddivisi per età:

<b>età</b>	20-25	25-30	30-35	35-40	Oltre 40
<b>frequenza</b>	500	750	230	400	350

## ► 6. Indici di variabilità

Gli indici di variabilità vengono calcolati per analizzare in che modo i termini di una distribuzione si concentrano intorno ad un valore medio.

**DEFINIZIONE.** Il **campo di variazione** è la differenza fra il valore massimo ed il valore minimo assunti dalla variabile.  $CVAR = x_{max} - x_{min}$

Tale indice dà un'informazione molto grossolana perché tiene conto solo del primo e dell'ultimo termine della distribuzione e non tiene conto di tutti i valori intermedi. Si considerino ad esempio le seguenti distribuzioni di stature:

<b>Gruppo A (statura in cm)</b>	150	155	155	160	165	180	175
<b>Gruppo B (statura in cm)</b>	150	160	175	170	170	170	180

Entrambe le distribuzioni hanno lo stesso valore massimo e lo stesso valore minimo e quindi lo stesso campo di variazione, ma mentre nella prima i valori sono concentrati verso il valore minimo nella seconda si concentrano intorno al valore massimo.

L'indice non dà quindi alcuna indicazione su quest'ultima informazione. Né può essere utilizzato come indice di variabilità la media degli scarti fra le singole osservazioni e la loro media aritmetica perché tale valore è sempre uguale a zero.

**DEFINIZIONE.** Si definisce scarto medio assoluto la media aritmetica dei valori assoluti degli scarti; esso indica quanto i valori rilevati si disperdono intorno al valore medio della distribuzione.

$$s = \frac{|s_1| + |s_2| + \dots + |s_n|}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - M|$$

Facendo riferimento alla distribuzione

Classe	Studenti
1°	320
2°	230
3°	212
4°	152
5°	96
<b>Totale</b>	<b>1010</b>

Si ha che lo scarto medio assoluto è 62,4. Si può allora affermare che in ogni tipologia di classe si hanno in media  $202 \pm 62,4$  iscritti.

L'indice più utilizzato è la varianza.

**DEFINIZIONE.** La **varianza** è la media dei quadrati degli scarti fra le singole osservazioni e la loro media aritmetica.  $VAR = \frac{((x_1 - M)^2 + (x_2 - M)^2 + \dots + (x_n - M)^2)}{n} = \frac{1}{n} \sum (x_i - M)^2$

Se i dati si presentano sotto forma di distribuzione di frequenza la media deve essere ponderata con le singole frequenze, cioè:

$$VAR = \frac{((x_1 - M)^2 \cdot f_1 + (x_2 - M)^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - M)^2 \cdot f_n)}{n} = \frac{1}{n} \sum (x_i - M)^2 \cdot f_i$$

La varianza assume valore zero quando tutti i valori coincidono con la media ed è tanto più grande quanto più i singoli valori si discostano dalla media. Poiché tale indice è influenzato sia dal valore della media che dall'unità di misura utilizzato spesso si utilizza un indice detto **coefficiente di variazione**.

**DEFINIZIONE.** Il **coefficiente di variazione** è uguale al rapporto fra scarto quadratico medio (radice quadrata della varianza) e media aritmetica.  $CV = \frac{VAR}{M}$

Tale indice risulta di particolare utilità per confrontare distribuzioni diverse.

**Esempio**

E' dato l'elenco delle stature, in cm, dei ragazzi di una classe:

165, 182, 159, 173, 160, 175, 185, 190, 175, 180, 159, 185, 176, 170, 175, 160, 175, 182, 159, 185.

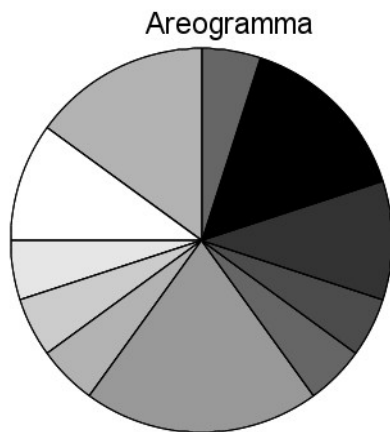
- a) Ordina i dati in una tabella delle frequenze.
- b) Rappresenta i dati graficamente.
- c) Calcola la media, la mediana e la moda.
- d) Calcola la varianza e il coefficiente di variazione

a) Tabella delle frequenze

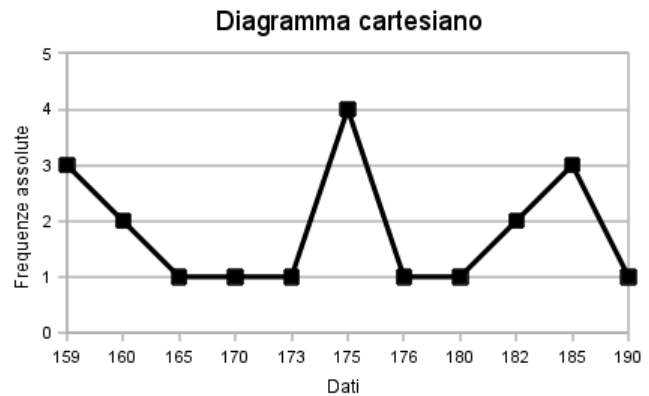
Dati	Frequenze assolute	Frequenze relative	Frequenze percentuali
159	3	0,15	0%
160	2	0,1	10%
165	1	0,05	5%
170	1	0,05	5%
173	1	0,05	5%
175	4	0,2	20%
176	1	0,05	5%
180	1	0,05	5%
182	2	0,1	10%
185	3	0,15	15%
190	1	0,05	5%
Totale	20	1	100%

- La somma delle frequenze assolute indica il numero totale degli studenti.
- La somma delle frequenze relative deve avvicinarsi il più possibile a 1.
- La somma delle frequenze percentuali deve avvicinarsi il più possibile a 100.

b) Grafici



- 159
- 160
- 165
- 170
- 173
- 175
- 176
- 180
- 182
- 185
- 190



c) Calcolo della media, mediana e moda:

- Media aritmetica

$$M = \frac{165+182+159+173+160+175+185+190+175+180+159+185+176+170+175+160+175+182+159+185}{20} = 173.5$$

- Per determinare la mediana si devono ordinare in modo crescente i dati:  
159, 159, 159, 160, 160, 165, 170, 173, 175, 175, 175, 175, 176, 180, 182, 182, 185, 185, 185, 190  
Essendo i dati in numero pari si calcola la media dei due dati centrali:

$$\text{mediana} = \frac{175+175}{2} = 175$$

(Se i dati sono molti è possibile individuare quale è o quali sono i dati centrali utilizzando la tabella delle frequenze opportunamente costruita, cioè con i dati scritti in ordine crescente.)

- La moda è la modalità del carattere altezza che è più ricorrente, cioè quello con la frequenza più alta:  
*Moda* = 175

**33** Scegli la risposta corretta:

- a) Se compi un'indagine sul peso degli allievi della tua scuola, la popolazione è costituita da?
- Dagli allievi della scuola
  - Dai pesi degli allievi della tua scuola
  - Da ciascun allievo della scuola
  - Dal peso di ciascun allievo della scuola
- b) Nella stessa indagine, da cosa sarà costituita un'unità statistica?
- Dagli allievi della scuola
  - Dai pesi degli allievi della tua scuola
  - Da ciascun allievo della scuola
  - Dal peso di ciascun allievo della scuola
- c) Un'indagine statistica realizzata intervistando solo una parte della popolazione statistica è definita
- Incompleta
  - Universo
  - Censimento
  - Per campione
- d) La frequenza percentuale si ottiene;
- Dividendo la frequenza per il totale delle frequenze e moltiplicando il risultato per 100
  - Moltiplicando la frequenza per 100
  - Moltiplicando la frequenza per il totale delle frequenze e dividendo il risultato per 100
  - Dividendo la frequenza per 100
- e) La mediana:
- E' il valore che si ottiene dividendo la somma dei valori delle singole osservazioni per il loro numero
  - E' il valore equidistante dagli estremi di un insieme di dati ordinati
  - E' il valore che si presenta con la massima frequenza in un insieme di dati
  - È il valore che indica la percentuale di dati al di sopra o al di sotto della media
- f) La media aritmetica:
- E' il valore che si ottiene dividendo la somma dei valori delle singole osservazioni per il loro numero
  - E' il valore equidistante dagli estremi di un insieme di dati ordinati
  - E' il valore che si presenta con la massima frequenza in un insieme di dati
  - È il valore che indica la percentuale di dati al di sopra o al di sotto della media
- g) La moda:
- E' il valore che si ottiene dividendo la somma dei valori delle singole osservazioni per il loro numero
  - E' il valore equidistante dagli estremi di un insieme di dati ordinati
  - E' il valore che si presenta con la massima frequenza in un insieme di dati
  - È il valore che indica la percentuale di dati al di sopra o al di sotto della media
- h) Nella seguente distribuzione di dati 2, 4, 4, 4, 4, 6, 6, 6, 7, 7:
- La media aritmetica è 5, la moda è 4, la mediana è 6
  - La media aritmetica è 4, la moda è 6, la mediana è 5
  - La media aritmetica è 5, la moda è 6, la mediana è 4
  - La media aritmetica è 5, la moda è 4, la mediana è 5
- i) Nella tua classe la mediana dell'altezza è 152 cm. Questo significa che:
- Non ci sono studenti più bassi di 152 cm
  - 152 cm è l'altezza più comune
  - la metà degli studenti ha un'altezza inferiore a 152 cm, mentre l'altra metà ha un'altezza superiore
  - in media gli studenti sono alti 152 cm
- l) Nella tua classe la moda dell'altezza è 152 cm. Questo significa che:
- Non ci sono studenti più bassi di 152 cm
  - 152 cm è l'altezza più comune
  - la metà degli studenti ha un'altezza inferiore a 152 cm, mentre l'altra metà l'ha superiore
  - in media gli studenti sono alti 152 cm
- m) Nella tua classe la media aritmetica dell'altezza è 152 cm. Questo significa che:
- Non ci sono studenti più bassi di 152 cm
  - 152 cm è l'altezza più comune
  - la metà degli studenti ha un'altezza inferiore a 152 cm, mentre l'altra metà l'ha superiore
  - se tutti gli alunni avessero la stessa altezza questa sarebbe di 152 cm

**34** Calcola il campo di variazione e la varianza della seguente distribuzione: 6, 8, 10, 12, 14.

**35** Nella seguente tabella sono indicati i consumi bimestrali d'acqua, espressi in metri cubi, di una certa famiglia in due anni consecutivi:

Bimestre	1	2	3	4	5	6
Anno 1	70	80	110	120	140	90
Anno 2	80	75	100	130	120	85

Calcola per ciascun anno media, campo di variazione e varianza. Stabilisci infine, giustificando la risposta, in quale anno c'è stata una variabilità maggiore.

**36** Ad un gruppo di studenti è stata chiesta la valutazione dell'esame di biologia, che è risultato così distribuito: 27 - 25 - 26 - 24 - 24 - 21 - 24 - 20 - 29 - 28 - 28 - 24 - 22 - 25 - 24 - 22 - 24 - 21 - 23 - 28

- Organizza i dati in una tabella, indicando anche la frequenza assoluta, quella relativa in frazione e quella percentuale;
- Rappresenta i dati in un grafico a piacere;
- Calcola moda, media e mediana dandone una breve interpretazione.
- Calcola la varianza

**37** Una ditta paga 5 persone 165 euro alla settimana, 4 persone 199 euro a settimana e 2 persone a 218 euro a settimana. Trova media aritmetica, moda e mediana. Che percentuale di persone ha la retribuzione che si discosta, sia in positivo che in negativo, di 20 euro dalla media?

**38** È stata effettuata un'indagine statistica fra le persone presenti in una libreria riguardo al numero di libri letti nella scorsa estate. I dati sono raccolti nella seguente tabella:

N° libri letti	0	1	2	3	4	5	6	7
N° persone	20	35	9	6	3	0	1	1

- Organizza i dati in una tabella e calcola la frequenza assoluta, quella relativa e quella percentuale;
- Rappresenta i dati in un grafico scelto a piacere;
- Calcola moda, media e mediana dandone una semplice interpretazione.
- Varianza e coefficiente di variazione

**39** In un test sulla prova di velocità di lettura i candidati hanno ottenuto i seguenti risultati:

N° di pagine lette in 15 minuti	10	12	11	9	14	13	7
N° di candidati	2	5	2	1	1	3	4

- Organizza i dati in una tabella indicando frequenza assoluta, frequenza relativa e percentuale.
- Rappresenta i dati in un diagramma a bastoni.
- Calcola la moda, la media e la mediana.
- Quanti candidati in percentuale hanno letto un numero di pagine sopra la media?

**40** In un gruppo di ragazzi le stature (esprese in centimetri) risultano distribuite nel seguente modo:

163	169	171	165	173	165	163	168
168	169	171	169	181	165	168	169
169	163	169	168	150	168	172	181
165	169	172	169	192	173	163	168

- Costruisci una tabella indicando i dati, la loro frequenza, la frequenza relativa e la percentuale.
- Suddividi i dati in 4 classi, costruisci la distribuzione di frequenza e rappresentali graficamente con un istogramma.
- Calcola la media, la moda e la mediana.

**41**



**42** Sono state misurate le pulsazioni al minuto di 20 persone ottenendo i seguenti dati:

79	72	69	69	72
80	73	73	70	66
80	68	70	72	82
75	72	71	74	64

- Organizza i dati in una tabella comprensiva di percentuale di frequenze.
- Rappresenta graficamente i dati.
- Calcola moda, media e mediana.

**43** Ventuno ragazzi sono stati sottoposti a una verifica; i dati seguenti esprimono il numero di errori commessi da ciascuno di loro: 3, 4, 1, 3, 6, 6, 3, 1, 4, 7, 3, 1, 1, 3, 7, 7, 1, 3, 7, 3, 3

- Organizza i dati in una tabella comprensiva di percentuale di frequenze.
- Rappresenta graficamente i dati.
- Calcola moda, media e mediana.
- Quanti alunni, in percentuale, hanno fatto meno di 5 errori?

**44** I dati riportati in tabella si riferiscono ai giorni di assenza degli alunni di una classe.

Alunno	N° giorni	Alunno	N° giorni	Alunno	N° giorni	Alunno	N° giorni
Mauro	5	Romeo	2	Bruna	7	Silvia	2
Antonio	7	Anna	4	Pietro	2	Alessio	2
Paola	5	Luca	4	Nicola	7	Patrizia	9
Luisa	5	Amedeo	5	Aldo	2	Franca	1
Carla	1	Marco	7	Luigi	2	Chiara	7

- Organizza i dati in una tabella comprensiva di percentuale di frequenze.
- Rappresenta i dati con un istogramma.
- Calcola moda, media e mediana.
- Quanti alunni, in percentuale, hanno fatto meno assenze rispetto alla media.

**45** Nella tabella sono riportati i punteggi ottenuti da 22 alunni in un test formato da 20 quesiti a scelta multipla e il numero di risposte esatte

N° ordine	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
punteggi	80	62	48	71	80	90	75	67	79	62	95	55	58	80	75	65	58	58	62	57	60	48
Risp. esatte	26	12	9	14	16	18	15	13	15	12	19	11	11	16	14	12	11	10	12	11	12	8

Il punteggio medio è stato ... .. con uno scarto quadratico medio di ...

La mediana della distribuzione è il punteggio ...

Le risposte esatte sono state in media ... .. con uno scarto quadratico di ... ..

Rappresenta ciascuna distribuzione con un istogramma, dopo aver aggregato i dati in classi come indicato nelle tabelle sottostanti

Carattere ... ..		Carattere ... ..	
punteggio	Freq. Ass.	Risposte esatte	Freq. Ass.
$48 \leq p < 58$		$7 \leq r.e. < 9$	
$58 \leq p < 68$		$9 \leq r.e. < 11$	
$68 \leq p < 78$		$11 \leq r.e. < 13$	
$78 \leq p < 88$		$13 \leq r.e. < 15$	
$88 \leq p < 98$		$15 \leq r.e. < 17$	
		$17 \leq r.e. < 19$	
		$19 \leq r.e. < 21$	
totale		totale	

**46** Una scatola contiene 20 sacchetti di biscotti confezionati da una industria. I pesi rilevati in grammi sono: 380, 365, 371, 375, 376, 369, 376, 377, 381, 383, 384, 377, 370, 375, 374, 376, 373, 378, 383, 378.

- a) Il carattere rilevato è ... .., esso è di tipo ... .. e si presenta secondo modalità ... ..  
Inserisci nella tabella sottostante nella colonna C1 il carattere rilevato e le sue modalità
- b) Quanto è il peso totale della scatola? Come lo hai calcolato?
- c) Il peso medio dei sacchetti di biscotti è  $M=...$  ...
- d) Qual è il campo di variazione del peso dei sacchetti?  $CVAR=...$  ...
- e) la mediana della distribuzione è ... ..
- f) nella colonna C2 riporta, per ciascun valore del carattere indagato, lo scarto dalla media. Verifica la proprietà degli scarti rispetto alla media: la loro somma è ... ..
- g) Completa la colonna C3 con il valore assoluto degli scarti e determina lo scarto medio assoluto  $s=...$  ...
- h) Completa la colonna C4 con il quadrato degli scarti e calcola la varianza  $VAR=...$  ... e il coefficiente di variazione  $CV=...$  ...
- i) Raggruppa i valori del carattere in classi di ampiezza 5 grammi e completa la tabella.
- l) Metti in evidenza la classe modale e spiega il significato di moda.
- m) Costruisci l'istogramma della distribuzione.

	C1	C2 scarto	C3  scarto	C3 scarto <sup>2</sup>
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
Tot.				

n) Organizza i dati in classi

Classi di peso	Fa
[365; 370)	

**47** Dai dati di scrutinio del primo quadrimestre in una scuola secondaria di 2° grado, è stata elaborata la seguente tabella in cui compaiono i voti in matematica degli alunni delle classi prime:

voto	frequenza	Frequenza relativa	Frequenza %	
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
totale				

- Indica il numero di unità statistiche oggetto dell'indagine e spiega come lo puoi ottenere.
- Il carattere rilevato è ... ; esso è di tipo ... e si presenta secondo modalità ...
- La tabella assegnata è di dati aggregati o disaggregati?
- Rappresenta la distribuzione attraverso un grafico a barre (o a nastro)
- Cosa si intende per frequenza assoluta?
- Completa la colonna della frequenza relativa
- Completa la colonna frequenza percentuale.
- Determina la moda della distribuzione: moda=...
- Il voto medio in matematica alla fine del primo quadrimestre è stato
- Determina la mediana della distribuzione: mediana=...
- Amplia la tabella indicando gli scarti dalla media
- Calcola lo scarto medio assoluto  $s=...$  e lo scarto quadratico medio  $\sigma=...$
- Il voto medio dei ragazzi sufficienti è stato ..., quello dei ragazzi insufficienti è stato ...
- Rappresenta la situazione con un aerogramma distinguendo tra ragazzi sufficienti e ragazzi insufficienti.

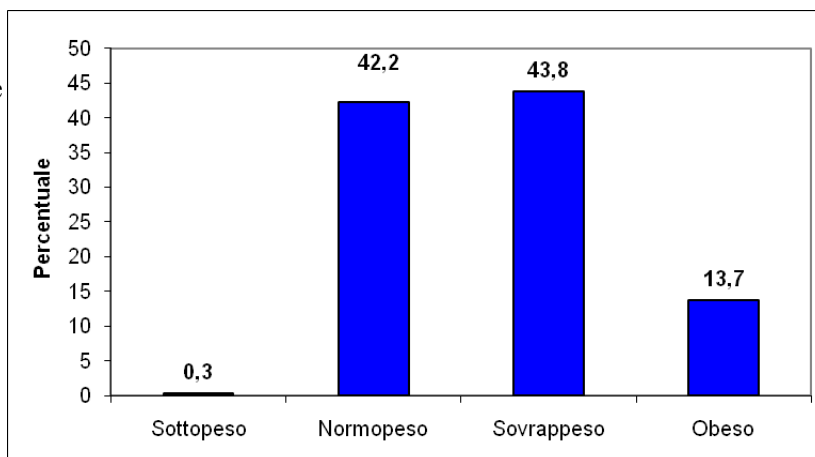
## ► 7. Quesiti dalle prove INVALSI

**48** Il reddito medio annuo dei lavoratori agricoli di un certo paese ammonta a 3500 scudi e quello dei lavoratori dell'industria a 4500 scudi. E' corretto affermare che il reddito medio complessivo ammonta a 4000 scudi? (*Prove Invalsi 2011*)

**49** La settimana scorsa la mamma chiese ad Aurelia di trascrivere al computer un manoscritto e Aurelia le assicurò che avrebbe battuto 20 pagine al giorno. Per la prima metà del manoscritto andò piuttosto lentamente battendo 10 pagine al giorno e poi, per recuperare il tempo perduto, trascrisse la seconda metà a 30 pagine al giorno. Quando ebbe finito portò a sua madre la trascrizione dicendole: Vedi, ho fatto una media di 20 pagine al giorno, come ti avevo promesso. Infatti  $(10+30)/2=20$ . Non è vero, replicò sua madre. (*Prove Invalsi 2011*) [15]

**50** In una indagine sullo stato di salute della popolazione sono state raccolte informazioni relative al peso e alla statura di 1000 intervistati. Gli intervistati sono stati poi suddivisi in quattro gruppi, come riportato nel grafico seguente. Quante sono le persone in sovrappeso?

- A. Più di 500, ma meno di 600.
- B. Più di 600.
- C. Meno della somma delle persone sottopeso e obese.
- D. All'incirca tante quante sono le persone normopeso.



(*Prove Invalsi 2011*) [D]

**51** Quattro amici sostengono l'Esame di Stato conseguendo punteggi la cui media aritmetica è 77,5/100. Se tre di essi hanno conseguito un punteggio, in centesimi, rispettivamente di 70, 76, 80, quale punteggio ha conseguito il quarto studente?

**52** La seguente tabella si riferisce alla rilevazione effettuata in una classe 1<sup>a</sup> di un Istituto Tecnico.

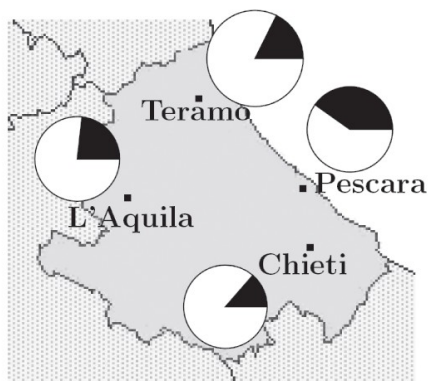
Sesso	Scuola media di provenienza			
	Scuola A	Scuola B	Scuola C	Altre scuole
maschi	5	3	4	2
femmine	6	3	4	3

Qual è la percentuale di alunni provenienti dalla scuola B? (*Prove Invalsi 2004-2005*)

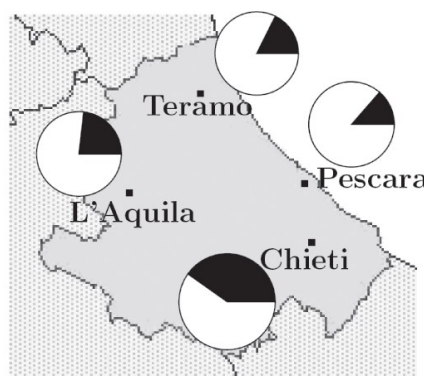
**53** Nella tabella seguente sono riportati il numero degli abitanti residenti nei 4 capoluoghi dell'Abruzzo e quelli residenti negli altri comuni di ciascuna delle 4 province (escludendo cioè quelli che abitano nei capoluoghi).

Provincia	Abitanti nel capoluogo ■	Abitanti negli altri comuni □
Chieti	52141	330917
L'Aquila	69161	228921
Pescara	121728	181255
Teramo	51025	238136

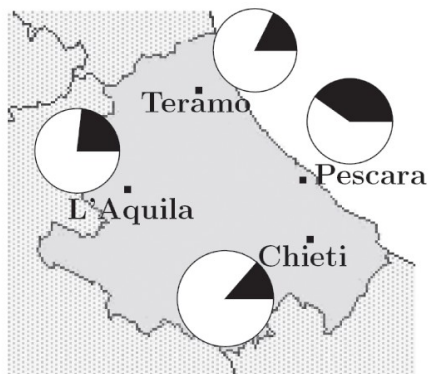
Osserva ora le immagini. I cerchi contenuti in ogni figura hanno area proporzionale alla popolazione di tutta la provincia (capoluogo più altri comuni), mentre la suddivisione interna rispecchia i dati di ogni riga riportati in tabella.



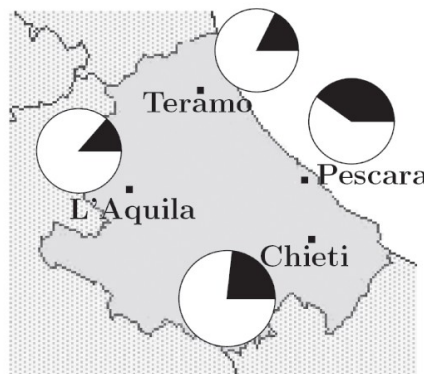
I)



II)



III)



IV)

In quale figura i cerchi (diagrammi) rappresentano correttamente i dati della tabella? (Prove Invalsi 2005-2006).

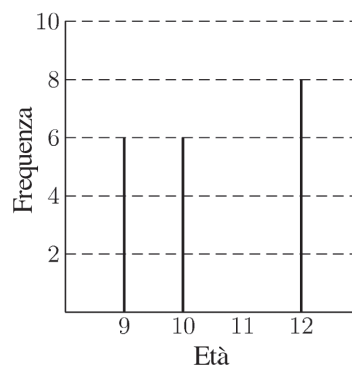
**54** In una classe di 25 alunni, i punteggi (abbreviati in tabella con  $p$ ) ottenuti in un test di matematica risultano distribuiti come indicato nella seguente tabella.

Punteggio	$0 \leq p < 20$	$20 \leq p < 40$	$40 \leq p < 60$	$60 \leq p < 80$	$80 \leq p \leq 100$
Numero alunni					

Qual è la percentuale di alunni che ha ottenuto un punteggio inferiore a 60? (Prove Invalsi 2005-2006)

**55** Un impiegato ha percepito per i primi 3 mesi dell'anno uno stipendio mensile di 850 euro. Nei 9 mesi successivi ha percepito lo stipendio mensile precedente aumentato di 200 euro. Qual è lo stipendio medio nell'anno di quell'impiegato? (Prove Invalsi 2005-2006)

**56** Nel grafico seguente si riporta l'età dei ragazzi che frequentano una palestra. Qual è la media aritmetica dell'età dei ragazzi se la distribuzione di frequenza è quella indicata nel grafico? (Prove Invalsi 2005-2006)



**57** Il Ministero dell'Istruzione ha diffuso le seguenti informazioni sul numero di alunni stranieri della scuola italiana dennl'anno scolastico 2003-2004. La tabella riporta solo le 5 nazionalità più numerose.

Nazionalità più numerose	Numero di alunni	Percentuale di alunni sul totale degli stranieri
Albania	50000	18,00%
Marocco	42000	15,00%
Romania	28000	10,00%
Cina	16000	6,00%
Ecuador	11000	4,00%

Cosa si può dedurre da tali dati sugli alunni stranieti di nazionalità russa?

Sono...

- A. meno di 11000
- B. sicuramente meno di 400
- C. una percentuale compresa fra il 4% e il 18%
- D. assenti dalle scuole italiane

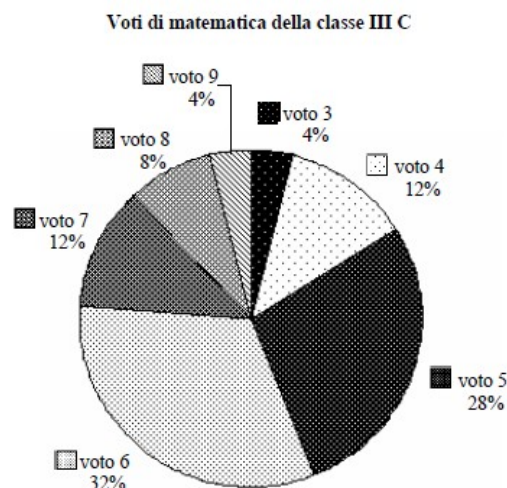
(Prove Invalsi 2004-2005)

**58** I 25 alunni della III C, dopo aver raccolto i voti conseguiti nella verifica scritta di matematica, hanno costruito il seguente grafico:

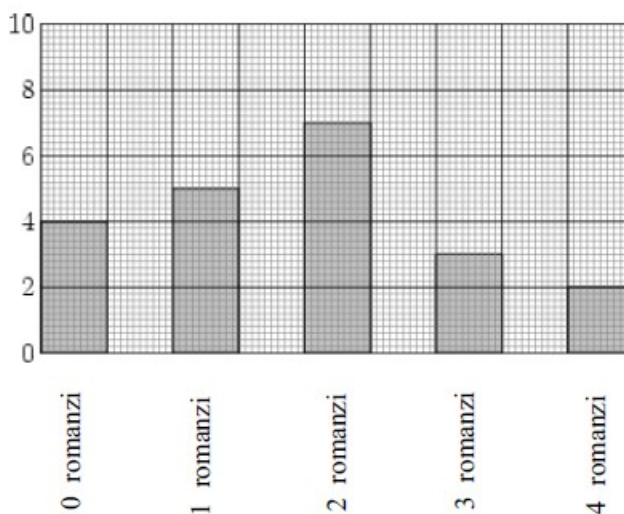
Quanti ragazzi hanno conseguito come voto 7?

- A. 12
- B. 7
- C. 5
- D. 3






(Prove Invalsi 2006-2007)



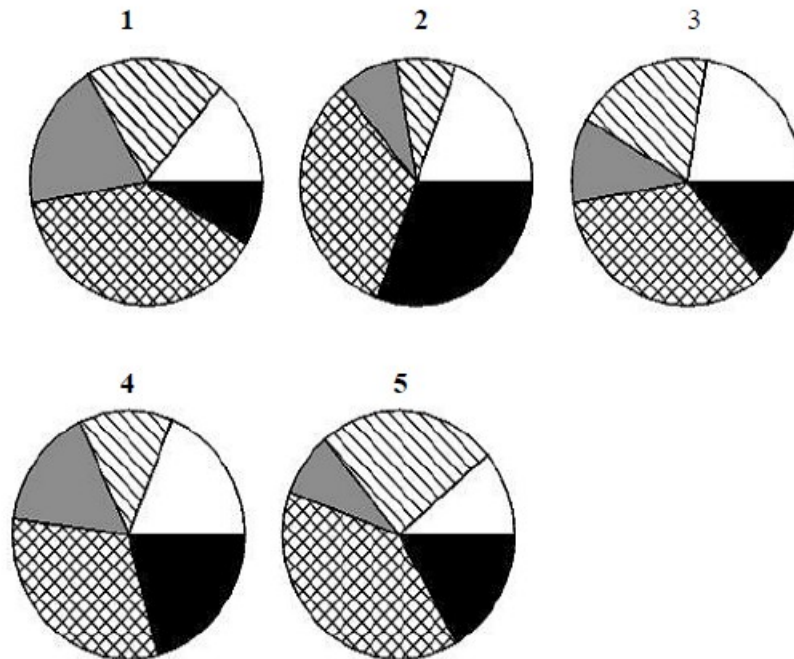
**59** La figura indica quanti romanzi leggono gli alunni di una classe in un mese. Quanti sono gli alunni che leggono almeno 2 romanzi?



**60** La tabella mostra la superficie delle varie province del Lazio.

Provincia	Superficie (km <sup>2</sup> )	Colore
Frosinone	3240	
Latina	2251	
Rieti	2749	
Roma	5352	
Viterbo	3612	

Quale dei diagrammi riportati sotto descrive graficamente i dati della tabella?



**Copyright © Matematicamente.it 2011-2012**



Questo libro, eccetto dove diversamente specificato, è rilasciato nei termini della licenza **Creative Commons Attribuzione – Condividi allo stesso modo 3.0 Italia** (CC BY-SA 3.0) il cui testo integrale è disponibile al sito

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/it/legalcode>

Tu sei libero:

di riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico, esporre in pubblico, rappresentare, eseguire e recitare quest'opera, di modificare quest'opera, alle seguenti condizioni:

**Attribuzione** — Devi attribuire la paternità dell'opera nei modi indicati dall'autore o da chi ti ha dato l'opera in licenza e in modo tale da non suggerire che essi avallino te o il modo in cui tu usi l'opera.

**Condividi allo stesso modo** — Se alteri o trasformi quest'opera, o se la usi per crearne un'altra, puoi distribuire l'opera risultante solo con una licenza identica o equivalente a questa.

**Autori**

Mauro Paladini: teoria, esercizi

Alessandra Marrata: teoria, esercizi

Anna Cristina Mocchetti: integrazioni, correzioni, esercizi

Antonio Bernardo: coordinatore, esercizi

Claudio Carboncini: integrazioni, editing

Andrea Celia: teoria

Nicoletta Passera: esercizi

Lucia Rapella: correzioni

**Collaborazione, commenti e suggerimenti**

Se vuoi contribuire anche tu alla stesura e aggiornamento del manuale Matematica C<sup>3</sup> o se vuoi inviare dei commenti e/o suggerimenti scrivi a [antoniobernardo@matematicamente.it](mailto:antoniobernardo@matematicamente.it)

**Versione del documento**

Versione 3.1 del 30.05.2012